Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Proposition de Correction - BTS Mathématiques - Session 2017

Correction détaillée par exercice

EXERCICE 1 (10 points)

A. Résolution d'une équation différentielle

1° a) Résolution de l'équation caractéristique

L'équation caractéristique associée est : $10\,r^2 + 3\,r + 0{,}2 = 0$. On utilise la formule du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 10 \times 0{,}2 = 9 - 8 = 1$, donc $\Delta > 0$.

Les racines sont données par : $r_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 1}{20} = -\frac{1}{10}$ et $r_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 1}{20} = -\frac{1}{5}$.

b) Solutions de l'équation différentielle (E0)

Les solutions de l'équation homogène (E0) sont : $y(t) = \lambda\, e^{r_1 t} + \mu\, e^{r_2 t} = \lambda\, e^{-\frac{1}{10} t} + \mu\, e^{-\frac{1}{5} t}$.

2° Vérification de la solution g(t) = 5

On vérifie que $g(t) = 5$ est une solution de (E) : $10(0) + 3(0) + 0.2(5) = 1$ est vrai.

3° Ensemble des solutions de l'équation (E)

L'ensemble des solutions est donc : $h(t) = \lambda\, e^{-\frac{1}{10} t} + \mu\, e^{-\frac{1}{5} t} + 5$.

4° Hauteur du liquide au bout de 2 heures

En utilisant les conditions initiales, on trouve : $h(0) = 8$, $h'(0) = 0$. En calculant $h(2) = 6\, e^{-0.2} - 3\, e^{-0.4} + 5$, on obtient une hauteur d'environ $h(2) \approx 7.4$ m.

B. Étude de fonction

1° a) Limite de h(t)

On montre que $\lim_{t \to +\infty} h(t) = 5$ car les termes exponentiels tendent vers 0.

b) Interprétation graphique

Cela signifie que la hauteur du liquide se stabilise à 5 m à long terme.

2° Dérivée de h(t)

$h'(t) = -0.6\, e^{-0.1 t} - 0.6\, e^{-0.2 t}$.

3° Tableau de variation

Comme $h'(t) \leq 0$, la fonction est décroissante sur $[0, +\infty[$.

C. Étude locale

1° Développement limité

Le développement limité à l'ordre 2 est : $h(t) \approx 8 - 0.3\,t^2$ au voisinage de 0.

2° Équation de la tangente T

La tangente est donnée par $y = 8 - 0.3\,t^2$.

3° Position relative

Au voisinage de 0, la courbe C est au-dessus de la tangente T.

EXERCICE 2 (10 points)

A. Loi exponentielle

1° Calcul de P(T ≤ 2000)

$P(T \leq 2000) = 1 - e^{-2 \times 10^{-4} \times 2000} = 1 - e^{-0.4} \approx 0.6703$.

2° Durée de bon fonctionnement > 10000 heures

$P(T > 10000) = e^{-2 \times 10^{-4} \times 10000} = e^{-2} \approx 0.1353$.

3° Calcul de E(T)

$E(T) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 5000$ heures.

B. Loi binomiale et approximation par une loi normale

1° Justification de la loi binomiale

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 1000$ et $p = 0.005$.

2° a) Calcul de P(X = 0)

$P(X = 0) = (1 - p)^{1000} \approx 0.005$.

b) Probabilité qu'au moins une bille présente un défaut

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \approx 0.995$.

3° Approximation normale

Les paramètres de la loi normale sont $\mu = np = 5$ et $\sigma = \sqrt{np(1-p)} \approx 2.2$.

a) Probabilité qu'il y ait au plus 7 billes présentant un défaut

$P(Y \leq 7.5) \approx 0.8413$.

C. Test d'hypothèse

1° Détermination de h

h = 0.03 est la bonne réponse.

2° Règle de décision

On rejette H_0 si $|Z| > h$.

3° Conclusion du test

Comme z = 55.06 est supérieur à 55 + 0.03, on rejette H_0.

Conseils

- Lisez attentivement chaque question pour bien comprendre ce qui est demandé.
- Justifiez toujours vos réponses, même si elles semblent évidentes.
- Utilisez des schémas ou des tableaux pour illustrer vos réponses lorsque cela est pertinent.
- Vérifiez vos calculs et vos unités, surtout dans les problèmes de probabilités.

© FormaV EI. Tous droits réservés. — Propriété exclusive de FormaV.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.